

1. Obliczyć granice:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} (-x^3 + x^2 - 7x + 1)$, 2. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^3 + x^2 - 7x + 1)$,
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{1+x}$, 4. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{1+x}$, 5. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(1-x)^2}$, 6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - x^2 + 2}{-2x^3 + 3x^2 + 2x + 1}$,
7. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^5 + 3x^4 - x + 2}{2x^2 + x - 1}$, 8. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - x^2 + x - 2}{5x^6 + x^4 - x + 2}$, 9. $\lim_{x \rightarrow \infty} 2^x$, 10. $\lim_{x \rightarrow -\infty} 2^x$, 11. $\lim_{x \rightarrow \infty} 2^{\frac{x-1}{2x+1}}$,
12. $\lim_{x \rightarrow 1} (\frac{1}{x-1} + \frac{2}{1-x^2})$, 13. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x})$, 14. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x-1}}{x}$, 15. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+8}-3}{x-1}$,
16. $\lim_{x \rightarrow \infty} \sin x$, 17. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x}$, 18. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x}$.

2. Obliczyć granice:

1. $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^6 - 2x^3 + 12}{x-1}$, 2. $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{x^2 - 1}$, 3. $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{|x+1|}{2x^2 + x - 1}$, 4. $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{|x+1|}{2x^2 + x - 1}$.

3. Zbadać ciągłość funkcji.

$$(a) f(x) = \begin{cases} x - 2 & \text{dla } x \leq 3 \\ x^2 - x - 5 & \text{dla } x > 3 \end{cases}$$

$$(b) f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 3x}{2^x} & \text{dla } x \neq 0 \\ 2 & \text{dla } x = 0 \end{cases}$$

4. Obliczyć jakikolwiek pierwiastek równania $x^4 - x^3 - 3x + 1 = 0$ z dokładnością do 0,25.

Odpowiedzi.

1.

1). $-\infty$, 2). $+\infty$, 3). 0, 4). $\frac{1}{2}$, 5). $+\infty$, 6). $-\frac{1}{2}$, 7). $-\infty$, 8) 0, 9) $+\infty$,

10) 0, 11) $\sqrt{2}$, 12) $\frac{1}{2}$, 13) 0, 14) 0, 15) $\frac{1}{6}$, 16) nie istnieje, 17) 0, 18) 2.

2. 1) $+\infty$, 2) $-\infty$, 3) $-\frac{1}{3}$, 4) $\frac{1}{3}$.

3. (a) ciągła, (b) nieciągła w 0.

4. Niech $f(x) = x^4 - x^3 - 3x + 1$. Wtedy $f(0) = 1$, $f(1) = -2$. Istnieje więc pierwiastek w przedziale $(0,1)$ bo funkcja jest ciągła (własność Darboux). Mamy $f(\frac{1}{2}) = -\frac{9}{16} < 0$. Istnieje więc pierwiastek w przedziale $(0, \frac{1}{2})$. Odp. $\frac{1}{4}$.